

Syge-/Omprøve i Statistik 2. år

Skriftlig prøve (4 timer)

3. august 2001

Opgave 1

En reel funktion på $\{1, 2\} \times \{1, 2, 3\}$ defineres ved

$$p(1, 1) = \frac{1}{18}$$

$$p(1, 2) = \frac{3}{18}$$

$$p(1, 3) = \frac{2}{18}$$

$$p(2, 1) = \frac{2}{18}$$

$$p(2, 2) = \frac{6}{18}$$

$$p(2, 3) = \frac{4}{18}$$

Lad (X, Y) være en stokastisk variabel på $\{1, 2\} \times \{1, 2, 3\}$ med denne sandsynlighedsfunktion.

- Angiv de marginale fordelinger af X og Y .
- Gør rede for at X og Y er stokastisk uafhængige.
- Udregn middelværdi og varians for $X + Y$.

Opgave 2

Lad X være ligefordelt på intervallet $[1, 4]$.

- Opskriv tætheden for X , og udregn $E(X)$ og $\text{var}(X)$.

En ny stokastisk variabel defineres ved $Y = \sqrt{X}$.

- Udregn $E(Y)$ og $\text{var}(Y)$.
- Opskriv tætheden for Y .

Opgave 3

Til sammenligning af indkomstfordelingen i to amerikanske stater, Kalifornien og Wisconsin, har man udtaget 250 tilfældige husholdninger fra Kalifornien og 150 fra Wisconsin. Resultatet, efter passende gruppering af indkomsten i tre grupper, så sådan ud:

Indkomst:	Høj	Mellem	Lav
Kalifornien	70	80	100
Wisconsin	34	40	76

(a) Opstil en statistisk model til analyse af disse antal. Estimer i denne model sandsynligheden for at en tilfældig husstand i Kalifornien ligger i højeste indkomstgruppe, og angiv approksimative 95% sikkerhedsgrænser for denne sandsynlighed.

(b) Opstil en reduceret model, som svarer til hypotesen om at indkomstfordelingen er den samme i de to stater, og udregn de fittede værdier (estimerede middelværdier for observationerne) i denne model.

(c) Foretag et test for denne hypotese.

Opgave 4

Til sammenligning af tre forskellige typer af hovedpinepiller har man udført et forsøg, hvor 15 forsøgspersoner med akut hovedpine blev behandlet med et af de tre præparater (6 med præparat 1, 4 med præparat 2 og 5 med præparat 3). Man registrerede tiden y i minutter til patienten følte en bedring. Dette gav anledning til følgende datasæt:

Præparat:	1	2	3
	25	15	44
	38	21	39
	42	19	54
	65	25	58
	47		73
	52		

(a) Beskriv forudsætningerne for en ensidet variansanalysemodel til analyse af disse tal, og undersøg specielt (ved hjælp af Bartlett's test) om der kan antages at være varianshomogenitet.

(b) Foretag testet for homogenitet.

(c) Om præparaterne 1 og 3 vides at de er nært beslægtede og gives i omtrent samme dosis. Er der belæg for at sige, at disse to præparater har forskellige virkninger? Formuler en samlet konklusion af forsøget.

Hjælpestørrelser:

$$25 + 38 + 42 + 65 + 47 + 52 = 269$$

$$15 + 21 + 19 + 25 = 80$$

$$44 + 39 + 54 + 58 + 73 = 268$$

$$25^2 + 38^2 + 42^2 + 65^2 + 47^2 + 52^2 = 12971$$

$$15^2 + 21^2 + 19^2 + 25^2 = 1652$$

$$44^2 + 39^2 + 54^2 + 58^2 + 73^2 = 15066$$