

Opgave 4

Til sammenligning af tre forskellige typer af hovedpinepiller har man udført et forsøg, hvor 15 forsøgspersoner med akut hovedpine blev behandlet med et af de tre præparater (6 med præparat 1, 4 med præparat 2 og 5 med præparat 3). Man registrerede tiden y i minutter til patienten følte en bedring. Dette gav anledning til følgende datasæt:

Præparat:	1	2	3
	25	15	44
	38	21	39
	42	19	54
	65	25	58
	47		73
	52		

(a) Beskriv forudsætningerne for en ensidet variansanalysemodel til analyse af disse tal, og undersøg specielt (ved hjælp af Bartlett's test) om der kan antages at være varianshomogenitet.

Forudsætningerne for denne model er at de 15 observationer er uafhængige, normalfordelte med samme varians σ^2 og middelværdier som kun afhænger af præparatets nummer.

Kvadratafvigelsessummerne inden for de enkelte grupper udregnes til

$$12971 - 269^2/6 = 910.83$$

$$1652 - 80^2/4 = 52.00$$

$$15066 - 268^2 = 701.20$$

så vi får

$$SSD_{\text{res}} = 910.83 + 52.00 + 701.20 = 1664.03.$$

Bartlett's (korrigerede) teststørrelse bliver så

$$b = \frac{12 \times \log \frac{1664.03}{12} - 5 \times \log \frac{910.83}{5} - 3 \times \log \frac{52.00}{3} - 4 \times \log \frac{701.20}{4}}{1 + \frac{1}{3 \times 2} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right)}$$

= 3.5253. Da denne størrelse skal vurderes i en χ^2 fordeling med to frihedsgrader, hvor 95% fraktilen er 5.991, kan hypotesen om varianshomogenitet uden videre godkendes .

(b) Foretag testet for homogenitet.

Vi får

$$SSD_y = 12971 + 1652 + 15066 - (269 + 80 + 268)^2/15 = 4309.73$$

og F -teststørrelsen ved test for homogenitet er derfor

$$f = \frac{(4309.73 - 1664.03)/2}{1664.03/12} = 9.540.$$

Den er under hypotesen F -fordelt med $(2, 12)$ frihedsgrader. Da 99% fraktilen i denne fordeling er 6.93, må vi forkaste hypotesen. Der er altså forskel på de tre præparaters effekt.

(c) Om præparaterne 1 og 3 vides at de er nært beslægtede og gives i omtrent samme dosis. Er der belæg for at sige, at disse to præparater har forskellige virkninger? Formuler en samlet konklusion af forsøget.

En parvis sammenligning, altså et test for om præparaterne 1 og 3 virker lige hurtigt, fører til T -teststørrelsen

$$t = \frac{44.83 - 53.60}{\sqrt{(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}) \frac{1664.03}{12}}} = -1.230$$

som skal vurderes (tosidet) i en T -fordeling med 12 frihedsgrader. Der er den klart insignifikant, så undersøgelsen giver ikke belæg for at skelne mellem disse to præparater. Ser vi på gruppemiddelværdierne (som også er ML -estimer for middelværdiparametrene)

$$\hat{\mu}_1 = 44.83$$

$$\hat{\mu}_2 = 20.00$$

$$\hat{\mu}_3 = 53.60$$

må konklusionen således blive, at præparat nr. 2 virker hurtigere end de to andre, medens forskellen mellem $\hat{\mu}_1$ og $\hat{\mu}_3$ kan forklares alene ved forsøgets usikkerhed.

Hjælpestørrelser:

$$25 + 38 + 42 + 65 + 47 + 52 = 269$$

$$15 + 21 + 19 + 25 = 80$$

$$44 + 39 + 54 + 58 + 73 = 268$$

$$25^2 + 38^2 + 42^2 + 65^2 + 47^2 + 52^2 = 12971$$

$$15^2 + 21^2 + 19^2 + 25^2 = 1652$$

$$44^2 + 39^2 + 54^2 + 58^2 + 73^2 = 15066$$