

Opgave 1, eksamen juni 2002.

(a)

Vi tabellerer Y som funktion af X_1 og X_2 :

$X_2 =$	1	2	3	4
$X_1 =$				
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

I 3 af de 16 mulige tilfælde (svarende til (1,4), (4,1) og (2,2)) er $Y = 4$, og da (X_1, X_2) jo er ligefordelt på $\{1, 2, 3, 4\}^2$ er

$$P(Y = 4) = \frac{3}{16}.$$

(b)

Idet middelværdien af et produkt er lig med produktet af middelværdierne under forudsætning af uafhængighed fås

$$EY = E(X_1 X_2) = E(X_1) E(X_2) = 2.5 \times 2.5 = \mathbf{6.25}.$$

Ved hjælp af samme regneregler fås

$$\begin{aligned} E(Y^2) &= E(X_1^2 X_2^2) = E(X_1^2) E(X_2^2) \\ &= \left(\frac{1}{4} (1 + 4 + 9 + 16) \right)^2 = 7.5^2 = 56.25, \end{aligned}$$

hvoraf

$$\text{var}(Y) = E(Y^2) - (EY)^2 = 56.25 - 6.25^2 = \mathbf{17.1875}.$$

(c)

Af tabellen ses at sandsynlighedsfunktionen $p(y)$ for Y kan skrives

$$p(1) = 1/16$$

$$p(2) = 2/16$$

$$p(3) = 2/16$$

$$p(4) = 3/16$$

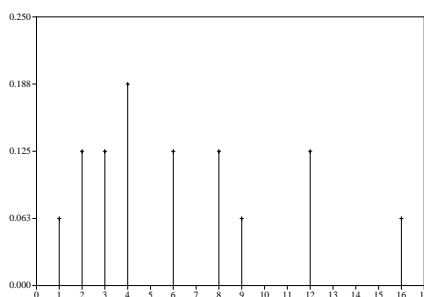
$$p(6) = 2/16$$

$$p(8) = 2/16$$

$$p(9) = 1/16$$

$$p(12) = 2/16$$

$$p(16) = 1/16$$



idet den i alle andre punkter antager værdien 0.