

Reeksamen i Statistik 2. år

Skriftlig prøve (4 timer)

2. august 2002 kl. 9.00–13.00

Eksamenssættet er på 3 sider.

Alle skriftlige hjælpemidler samt lommeregner er tilladt.

Vægtfordeling: Opgaverne vægtes ens.

Opgave 1

I denne opgave betegner X_1 og X_2 uafhængige stokastiske variable på mængden $\{1, 2, 3\}$, med samme fordeling givet ved sandsynlighedsfunktionen

$$p(x) = P(X_1 = x) = \frac{x}{6}.$$

Forholdet mellem disse to variable betegnes

$$Y = \frac{X_1}{X_2}.$$

- (a) Udregn $P(Y < 1)$.
- (b) Udregn Y 's middelværdi.
- (c) Beskriv den betingede fordeling af X_1 , givet $Y = 1$.

Opgave 2

Lad X være en stokastisk variabel som er ligefordelt på enhedsintervallet $[0, 1]$. Vi sætter

$$Y = \log\left(\frac{X}{1-X}\right)$$

hvor $\log()$ som sædvanligt betegner den naturlige logaritmfunktion.

- (a) Opskriv fordelingsfunktionen for Y .
- (b) Opskriv tætheden for Y .
- (c) Udregn EY .

Opgave 3

En producent af mobiltelefoner har udviklet en ny batteritype, som formodes at være bedre end den traditionelle. For at undersøge dette foretages følgende forsøg. 25 prøveeksemplarer af den nye type og 25 tilfældigt udvalgte af den gamle (altså i alt 50 batterier) oplades og sættes i hver sin mobiltelefon. For hver telefon registreres den samlede taleid i minutter inden batteriet løber ud. Resultatet blev som følger:

Nyt batteri:

54.5	67.8	64.5	70.4	72.5	64.9	83.3	72.8	68.8
71.0	41.7	69.7	40.8	75.4	81.0	90.4	71.8	67.0
56.7	86.8	74.9	76.9	104.4	82.0	58.7		

Traditionelt batteri:

78.3	95.4	69.4	87.3	62.5	85.0	85.3	72.1	41.1
103.0	81.3	46.4	82.3	83.2	85.3	85.5	112.3	79.8
91.1	82.8	71.8	77.5	74.3	86.1	74.1		

(a) Angiv forudsætningerne for at en ensidet variansanalysemodel kan bruges til beskrivelse af denne problemstilling, og kontroller modellen ved at foretage Bartlett's test.

(b) Estimer med angivelse af 95% sikkerhedsgrænser de forventede taletider for de to typer af batterier.

(c) Foretag testet for homogenitet, og beskriv forsøgets konklusion.

Mellemregningsstørrelser:

$$54.5 + \dots + 58.7 = 1768.7$$

$$78.3 + \dots + 74.1 = 1993.2$$

$$54.5^2 + \dots + 58.7^2 = 129830.91$$

$$78.3^2 + \dots + 74.1^2 = 164338.56$$

Opgave 4

Nedenstående tabel gengiver en del af resultatet af en spørgeskemaundersøgelse (Montana Outlook Poll, maj 1992) hvor 207 tilfældigt udvalgte borgere i Montana blandt andet blev spurgt om de syntes deres økonomiske situation var værre eller bedre end sidste år. Nedenstående tabel angiver respondenternes fordeling efter deres alder og svaret på dette spørgsmål.

Svar:	værre	uændret	bedre
Alder:			
-34	21	16	34
35-54	17	23	26
55-	22	37	11

Vi betragter modellen hvor række Summerne (71, 66 og 70) er faste, således at aldersgruppernes størrelser opfattes som givne, medens de tre rækker opfattes som uafhængige, polynomialfordelte af orden 3 med hvert sit sæt af sandsynlighedsparametre.

(a) Estimer for hver af de tre aldersgrupper, med angivelse af 95% sikkerhedsgrænser, sandsynligheden for at en person svarer at hans/hendes økonomiske situation er blevet bedre.

(b) Er der forskel på de to yngste aldersgrupper (–34 og 35–54) hvad angår opfattelsen af hvordan deres økonomiske situation har ændret sig?

(c) Er der overhovedet forskel på aldersgrupperne hvad dette angår? Hvis det er tilfældet, beskriv i grove træk hvad denne forskel går ud på.