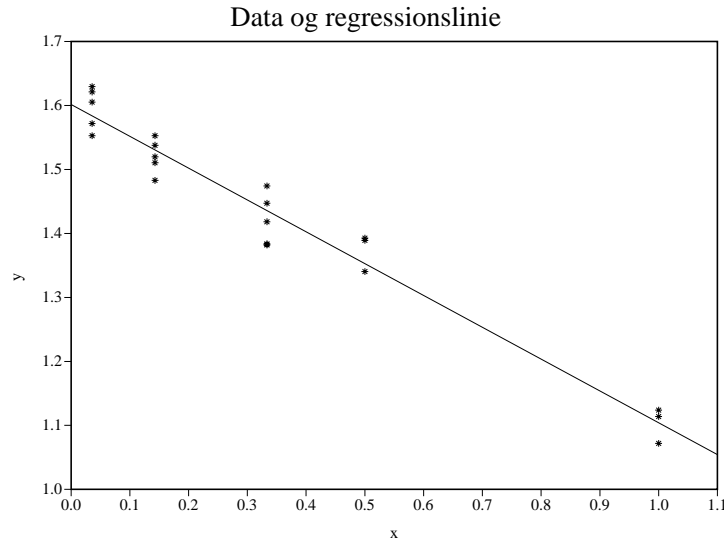


## Reeksamen august 2003, Opgave 4

(a)

$x$ - $y$ -plottet (med den senere estimerede regressionslinie indtegnet) ser sådan ud:



Man må sige at tegningen understøtter lineariteten — der er ingen tegn på krumning eller S-form.

Regressionsmodellens forudsætninger i øvrigt er, at observationerne skal være uafhængige og normalfordelte, med middelværdier svarende til liniens ligning (altså  $Ey_i = \alpha + \beta x_i$ ) og have samme varians. Normaliteten har vi ikke de store muligheder for at undersøge i så lille et datasæt. Antagelsen om konstant varians stemmer pænt med tegningen, idet variationen omkring linien hverken synes at vokse eller aftage med  $x$ .

(b)

Vi får brug for følgende størrelser:

$$SSD_x = 4.41392 - 7.0595^2/21 = 2.04075,$$

$$SSD_y = 43.73055 - 30.1215^2/21 = 0.52556,$$

$$SPD = 9.11058 - (7.0595 \times 30.1215)/21 = -1.01526,$$

$$\bar{x} = 7.0595/21 = 0.33617,$$

$$\bar{y} = 30.1215/21 = 1.43436,$$

$$SSD_{\text{res}} = 0.52556 - (-1.01526)^2/2.04075 = 0.02047.$$

Herefter kan vi udregne maksimaliseringsestimatorene:

$$\hat{\beta} = -1.01526/2.04075 = -0.4975,$$

$$\hat{\alpha} = 1.43436 - 0.33617 \times (-0.4975) = 1.6016,$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0.02047/19 = 0.0010774.$$

Med henblik på udregning af 95% konfidensgrænser for  $\beta$  bemærker vi, at 97.5% fraktilen i T-fordelingen med 19 (=21-2) frihedsgrader er 2.093,

så vi får

$$\beta = -0.4975 \pm 2.093 \times \sqrt{\frac{0.0010774}{2.04075}} = -0.4975 \pm 0.0481$$

svarende til konfidensintervallet [ -0.5456, -0.4494 ].

(c)

F-teststørrelsen for test af den lineære regressionsmodel imod den ensidede variansanalysemodel bliver (idet regressionsmodellen har 2 parametre medens den ensidede variansanalysemodel har 5)

$$f = \frac{(0.02047 - 0.01681)/(5 - 2)}{0.01681/(21 - 5)} = 1.161 .$$

Denne størrelse skal vurderes i en F-fordeling med (3,16) frihedsgrader, hvor 95% fraktilen er 3.24. Vi får således uden forbehold godkendt hypotesen om linearitet, i overensstemmelse med hvad vi konkluderede ved at kikke på tegningen.