

## Eksamen juni 2004, Opgave 4

(a)

Med betegnelser som i forelæsningsnoternes kapitel 8 får vi

$$\bar{x} = 164.10/42 = 3.907$$

$$\bar{y} = 161.67/42 = 3.849$$

$$SSD_x = 759.49 - 164.10^2/42 = 118.33$$

$$SSD_y = 786.23 - 161.67^2/42 = 163.92$$

$$SPD_{xy} = 763.46 - 164.10 \times 161.67/42 = 131.79$$

$$SSD_{\text{res}} = 163.92 - \frac{131.79^2}{118.33} = 17.14$$

Vi får således parameterestimaterne

$$\hat{\beta} = \frac{131.79}{118.33} = 1.114$$

$$\hat{\alpha} = 3.849 - 3.907 \times 1.114 = -0.503$$

$$\hat{\sigma}^2 = 17.14/(42 - 2) = 0.4285$$

Til udregning af sikkerhedsgrænser for  $\alpha$  og  $\beta$  får vi brug for følgende størrelser:

Estimeret standardafvigelse for  $\hat{\beta}$ :

$$\sqrt{\frac{0.4285}{118.33}} = 0.06018$$

Estimeret standardafvigelse for  $\hat{\alpha}$ :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{42} + \frac{3.907^2}{118.33}\right) \times 0.4285} = 0.2559$$

97.5% fraktilen i T-fordelingen med 40 frihedsgrader: 2.021.

95% sikkerhedsgrænser for  $\alpha$  og  $\beta$  er således givet ved

$$\alpha = -0.503 \pm 2.021 \times 0.2559 = -0.503 \pm 0.517$$

svarende til konfidensintervallet [-1.020,0.014];

$$\beta = 1.114 \pm 2.021 \times 0.06018 = 1.114 \pm 0.122$$

svarende til konfidensintervallet [0.992,1.236].

(b)

$\alpha = 0$  i modellen ovenfor betyder jo at brændstofforbruget er proportionalt med antal km kørt, hvilket forekommer yderst rimeligt. Da 95% konfidensintervallet for  $\alpha$  indeholder værdien 0 vil et T-test for  $\alpha = 0$  nødvendigvis give godkendelse på 95%-niveauet. Men da vi er blevet bedt om at udføre testet må vi naturligvis også regne selve teststørrelsen ud:

$$t = \frac{-0.503}{0.2559} = -1.966$$

— som da også ganske rigtigt er mindre end 2.021 i absolut værdi. Vi godkender således hypotesen  $\alpha = 0$ .

(c)

F-testet for modelreduktionen der svarer til hypotesen  $\gamma = 0$  giver

$$F(1, 39) = \frac{(17.14 - 11.44)/1}{11.44/39} = 19.43$$

som — da 99.9% fraktilen i F-fordelingen med (1,39) frihedsgrader er ca. 12.6 — fører til klar forkastelse.

Vi må altså gå ud fra at den positive værdi af  $\hat{\gamma}$  er udtryk for en reel positiv sammenhæng mellem det gennemsnitlige antal personer i busserne og brændstofforbruget. Dette er også hvad man skulle vente, ud fra den simple betragtning, at de selskaber der ofte kører med mange personer i busserne formentlig benytter sig af større busser end de øvrige selskaber, og derfor også bruger mere brændstof pr. km. Dertil kommer så, at transport af mange personer indebærer flere stop, og dermed også større brændstofforbrug pr. km.