

Eksamen maj 2007, Opgave 4

(a)

Vi får

$$\text{SSD}_{\text{res}}^1 = 2575.59 - 238.5^2/24 = 205.50,$$

$$\text{SSD}_{\text{res}}^2 = 583.76 - 70.4^2/12 = 170.75,$$

$$\text{SSD}_{\text{res}} = 205.50 + 170.75 = 376.25.$$

Bartletts korrigerede teststørrelse

$$b = \frac{34 \log\left(\frac{376.25}{34}\right) - 23 \log\left(\frac{205.50}{23}\right) - 11 \log\left(\frac{170.75}{11}\right)}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{23} + \frac{1}{11} - \frac{1}{34}\right)} = 1.1576$$

skal vurderes i en χ^2 -fordeling med 1 frihedsgrad, hvor den er klart insignifikant (95%-fraktilen er 3.841). Alternativt kunne man benytte

$$f = \frac{205.50/23}{170.75/11} = 0.5756$$

som skal vurderes tosidet i en F-fordeling med (23,11) frihedsgrader, men konklusionen bliver den samme, idet $1/f = 1.7373$ er mindre end 95% fraktilen i F-fordelingen med (11,23) frihedsgrader, som er over 2.20. Den egentlige *tosidede* P-værdi er således større end 0.1. Vi konkluderer, at hypotesen om varianshomogenitet kan godkendes.

(b)

Estimatet for variansen bliver

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{376.25}{34} = \mathbf{11.066},$$

og de to middelværdiestimater bliver

$$\hat{\mu}_1 = \bar{y}_1 = \frac{238.5}{24} = \mathbf{9.94} \quad \text{og} \quad \hat{\mu}_2 = \bar{y}_2 = \frac{70.4}{12} = \mathbf{5.87}.$$

Mænd giver altså højere karakterer til svinekoteletter end kvinder. Forskellen er, med 95% sikkerhedsgrænser (idet 97.5%-fraktilen i T-fordelingen med 34 frihedsgrader er 2.032),

$$\mu_1 - \mu_2 = 9.94 - 5.87 \pm 2.032 \times \sqrt{\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24}\right) 11.066} = 4.07 \pm 2.39$$

svarende til sikkerhedsintervallet [**1.68,6.46**]. Da den nedre grænse er positiv, er der tale om en forskel som er signifikant på 5% niveauet. Den er faktisk mere signifikant end det ($t = 4.07/1.176 = 3.46$ svarer til en tosidet P-værdi under 0.002), men det er der ikke direkte spurgt om i spørgsmålet (b).

(c)

Udgangspunktet er en model, hvor hver celle i 2×2 -tabellen givet ved køn og bopæl har sin egen middelværdi, altså en tosidet variansanalysemodel med vekselvirkning. Variansanalysekemaet viser, at

(1) Testet for forsvindende vekselvirkning (reduktion til den additive model) fører til godkendelse ($P = 0.089$).

(2) Det videre test for manglende effekt af bopæl bliver også godkendt ($P = 0.53$).

(3) Hermed er vi tilbage i den ensidede variansanalysemodel med opdeling efter køn, og her fører testet for homogenitet til forkastelse ($P = 0.0015$), som vi allerede så under spørgsmål (b).