

Reeksamen august 2008, Opgave 2

(a)

$$P(X_1 \leq 5) = P\left(\frac{X_1 - 3}{4} \leq \frac{5 - 3}{4}\right) =$$
$$P\left(\frac{X_1 - 3}{4} \leq 0.5\right) = \Phi(0.5) \approx \mathbf{0.69}.$$

(Her gælder lignende bemærkninger som til opgave 1 (c)).

(b)

Ifølge den normale fordelings foldningsegenskab er $X_1 + X_2$ normalfordelt med middelværdi $3 + 0 = 3$ og varians $16 + 1 = 17$.

(c)

$$\text{cov}(X_1, X_1 + 2X_2) = \text{cov}(X_1, X_1) + \text{cov}(X_1, 2X_2) = \text{var}(X_1) + 0 = \mathbf{16}.$$

Korrelationen mellem X_1 og $X_1 + 2X_2$ er således

$$\frac{16}{\sqrt{16 \times (16 + 2^2 \times 1)}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{20}} = \sqrt{0.80} = \mathbf{0.8944}.$$