Reeksamen august 2008, Opgave 4

(a)

Modellens forudsætninger: Vægtene er observationer af uafhængige normalfordelte variable med samme varians σ^2 og en middelværdi af formen β_r, $r =$ Ja eller Nej, som afhænger af om personen er ryger eller ej.

Hjælpestørrelser:

$\mathrm{SSD}_{\mathrm{Ja}} = 553819 - 7931^2/117 = 16205.7$,
$\mathrm{SSD}_{\mathrm{Nej}} = 367528 - 5118^2/73 = 8707.1$,
$\mathrm{SSD}_{\mathrm{res}} = 16205.7 + 8707.1 = 24912.8$.

Bartletts test:

$$B = \frac{188 \log\left(\frac{24912.8}{188}\right) - 116 \log\left(\frac{16205.7}{116}\right) - 72 \log\left(\frac{8707.1}{72}\right)}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{116} + \frac{1}{72} - \frac{1}{188}\right)} = 0.4544\,.$$

Denne teststørrelse skal vurderes i en χ^2–fordeling med 1 frihedsgrad, hvor den er klart insignifikant. Så vi godkender hypotesen om varianshomogenitet.

Estimation:

$\hat{\beta}_{\mathrm{Ja}} = \frac{7931}{117} = \mathbf{67.79}$,
$\hat{\beta}_{\mathrm{Nej}} = \frac{5118}{73} = \mathbf{70.11}$,
$\hat{\sigma}^2 = \frac{24912.8}{188} = \mathbf{132.51}$.

(b)

Testet for homogenitet kan her foretages som et T–test:

$$t = \frac{67.79 - 70.11}{\sqrt{\left(\frac{1}{117} + \frac{1}{73}\right) 132.51}} = -1.351\,.$$

Denne størrelse er insignifikant i en hvilken som helst T–fordeling (også den med 188 frihedsgrader), så vi godkender hypotesen om at rygning ikke influerer på vægten.

(c)

Den additive model går her ud på at middelværdierne har formen $\beta_r + \gamma_k$, hvor r er rygerstatus (Ja eller Nej) og k er kønnet (M eller K). De sidste to linier i udskriften viser, da γ_2 er sat til 0, at kønnet har en betydelig indflydelse på vægten. Mænd vejer 11.93 kg mere end kvinder i gennemsnit. Linierne ovenover viser tilsvarende, at der nu er en svagt signifikant effekt af rygning (P=0.022). Denne effekt var skjult i den første analyse, måske fordi den var sammenblandet med effekten af køn. Ifølge estimaterne skulle rygning bevirke en formindskelse af vægten med 3.44 kg — dog med en usikkerhed, der er næsten lige så stor (ca. $2 \times 1.489 =$ næsten 3 kg).