

Eksamen maj 2010, Opgave 3

(a) Estimer med 95 % sikkerhedsgrænser efter formlen

$$\frac{x_r}{n_r} \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{x_r(n_r - x_r)}{n_r^3}}:$$

$$\hat{p}_1 = 224/5232 = 0.04281 \pm 0.00549$$

$$\hat{p}_2 = 126/2528 = 0.04984 \pm 0.00848$$

$$\hat{p}_3 = 5/875 = 0.00571 \pm 0.00499$$

— svarende til 95% konfidensintervallerne

[0.03733, 0.04830] for p_1 ,

[0.04136, 0.05832] for p_2 og

[0.00072, 0.01071] for p_3 .

(b) Kvotienttestet for hypotesen $p_1 = p_2 = p_3$ er identisk med testet for uafhængighed i den angivne 2×3 -tabel:

$$-2 \log q = 2(224 \log 224 + \dots + 870 \log 870$$

$$- 5232 \log 5232 - \dots - 8280 \log 8280$$

$$+ 8635 \log 8635) = 48.31 .$$

Denne teststørrelse skal vurderes i en χ^2 -fordeling med $(2 - 1) \times (3 - 1) = 2$ frihedsgrader, hvor den er ekstremt signifikant (99.99% fraktilen er 18.421). Så der er ingen tvivl om (som tallene ser ud, jvf. de tre estimators indbyrdes placering og deres sikkerhedsintervaller) at de små og mellemstore virksomheder har væsentlig større sandsynlighed for at gå fallit end de helt store.

(c) Vi indsætter $\alpha_a = -0.932$ og $\beta x = 0$ i formelen for fallitsandsynligheden, og får

$$P(\text{fallit} | a = 2 \text{ og } x = 0) = \frac{\exp(-0.932)}{1 + \exp(-0.932)} = 0.2825 .$$

I modellen fra spørgsmål (a) var fallitsandsynligheden for en sådan virksomhed estimeret til ca. 0.05! Det gør således en betydelig forskel, at der er tale om en virksomhed med egenkapital 0.